

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ КРИТЕРИЙ СХОДИМОСТИ АДАПТИВНЫХ RLS И LMS АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ НА ФОНЕ ПОМЕХ СИГНАЛОВ С КОНЕЧНЫМ СПЕКТРОМ

Цуриков В.С.

Алтайский государственный технический университет, 656038, г. Барнаул, Россия

Аннотация. Предложен корреляционный критерий сходимости адаптивных RLS и LMS алгоритмов для выделения на фоне помех сигналов с конечным спектром. Критерий устанавливает минимально допустимую величину коэффициента корреляции между оценкой шума и шумовой составляющей фильтруемого сигнала.

Ключевые слова: адаптивная фильтрация, адаптивный алгоритм, сходимость.

Введение

Адаптивные фильтры в настоящее время нашли применение во многих радиотехнических и телекоммуникационных системах [1-4]. Одним из наиболее частых применений адаптивной фильтрации является очистка сигналов от шума. Однако адаптивные алгоритмы в силу наличия механизмов обратной связи характеризуются повышенной нестабильностью в некоторых областях применения [2, 4]. Это обусловлено сложностью, а иногда и невозможностью их математического описания и анализа. Следовательно, исследование условий сходимости адаптивных алгоритмов является актуальной задачей. Для дальнейшего рассмотрения выбраны два адаптивных алгоритма, часто применяемых на практике. Это алгоритмы LMS (Least Mean Square, метод наименьших квадратов, в отечественных источниках иногда используется аббревиатура МНК), и RLS (Recursive Least Square, рекурсивный метод наименьших квадратов, в отечественных источниках иногда используется аббревиатура РНК) [1, 4].

Все способы использования адаптивных фильтров, так или иначе, сводятся к решению задачи идентификации, то есть определения характеристик некоторой системы [4]. Возможны два варианта идентификации — прямая и обратная. В первом случае адаптивный фильтр включается параллельно с исследуемой системой (рисунок 1, а). Входной сигнал является общим для исследуемой системы и адаптивного фильтра, а выходной сигнал системы служит для адаптивного фильтра образцовым сигналом. В процессе адаптации временные и частотные характеристики фильтра будут стремиться к соответствующим характеристикам исследуемой системы. При обратной идентификации адаптивный фильтр включается последовательно с исследуемой системой (рисунок 1, б). Выходной сигнал системы поступает на вход адаптивного фильтра, а входной сигнал системы является образцом для адаптивного фильтра. Таким образом, фильтр стремится компенсировать влияние системы и восстановить исходный сигнал, устранив внесенные системой искажения.

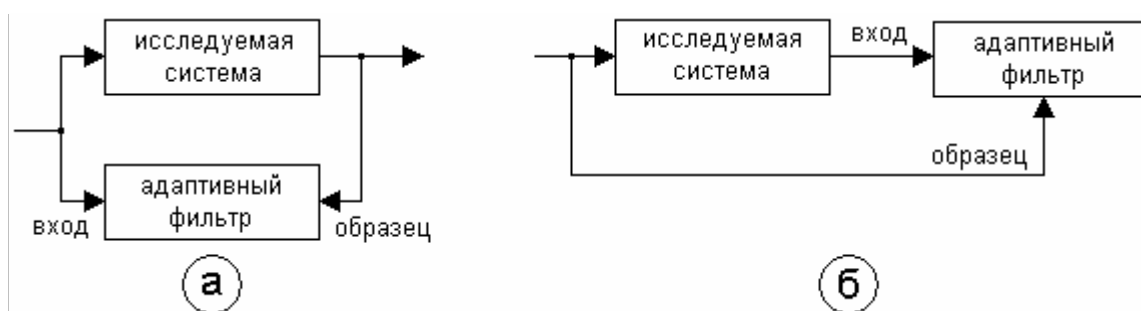


Рисунок 1 – Идентификация систем с помощью адаптивного фильтра: а – прямая, б – обратная

Общая структура адаптивного фильтра показана на рисунке 2.

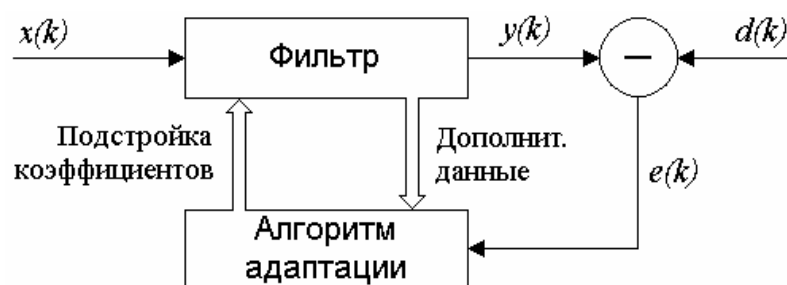


Рисунок 2 – Общая структура адаптивного фильтра

Входной дискретный сигнал $x(k)$ обрабатывается дискретным фильтром, в результате чего получается выходной сигнал $y(k)$. Этот выходной сигнал сравнивается с образцовым сигналом $d(k)$, разность между ними образует сигнал ошибки $e(k)$. Задача адаптивного фильтра - минимизировать ошибку воспроизведения образцового сигнала. С этой целью блок адаптации после обработки каждого отсчета анализирует сигнал ошибки и дополнительные данные, поступающие из фильтра. Используя результаты этого анализа, алгоритм производит подстройку параметров (коэффициентов) фильтра.

На рисунке 3 приведена схема использования адаптивного фильтра для подавления шума.

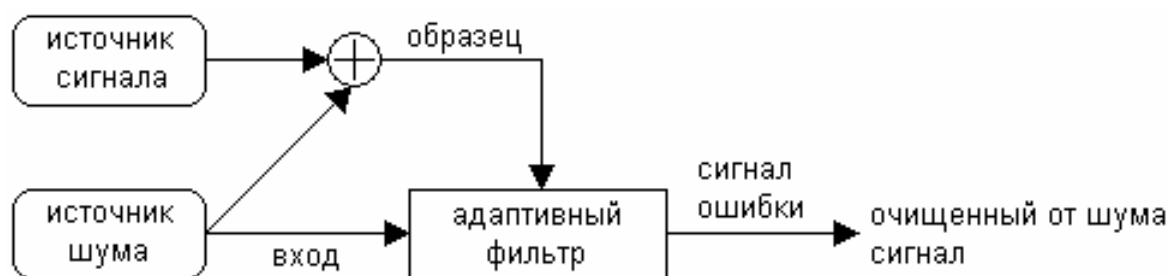


Рисунок 3 – Подавление шума с помощью адаптивного фильтра

В данном случае решается задача прямой идентификации (рисунок 1, а) преобразований шума на пути от источника шума к источнику сигнала. Входной информацией адаптивного фильтра является сигнал от источника шума, а в качестве образцового сигнала используется «сигнально-шумовая» смесь. Адаптивный фильтр стремится преобразовать входной сигнал так, чтобы сделать его как можно ближе к образцовому. Поскольку со входным сигналом фильтра коррелирована лишь шумовая составляющая образцового сигнала, в установленном режиме на выходе фильтра будет получаться оценка шума, присутствующего в образцовом сигнале. Сигнал ошибки, рассчитываемый как разность между образцовым сигналом и выходным сигналом адаптивного фильтра, будет в этом случае представлять собой очищенный от шума сигнал. Отсюда вытекает и основной недостаток применения адаптивной фильтрации для очистки от шумов, заключающийся в необходимости получения оценки шума и, как следствие, приводящий к усложнению аппаратной части измерительных систем. В качестве критерия сходимости RLS и LMS алгоритмов удобно использовать коэффициент корреляции между входным сигналом от источника шума и образцовой «сигнально-шумовой» смесью.

Разработка и исследование компьютерной модели адаптивной фильтрации

Для нахождения зависимости качества фильтрации от коэффициента корреляции между оценкой шума и шумовой составляющей полезного сигнала была разработана компьютерная модель в среде «Simulink» [5, 6]. Структура разработанной модели представлена на рисунке 4.

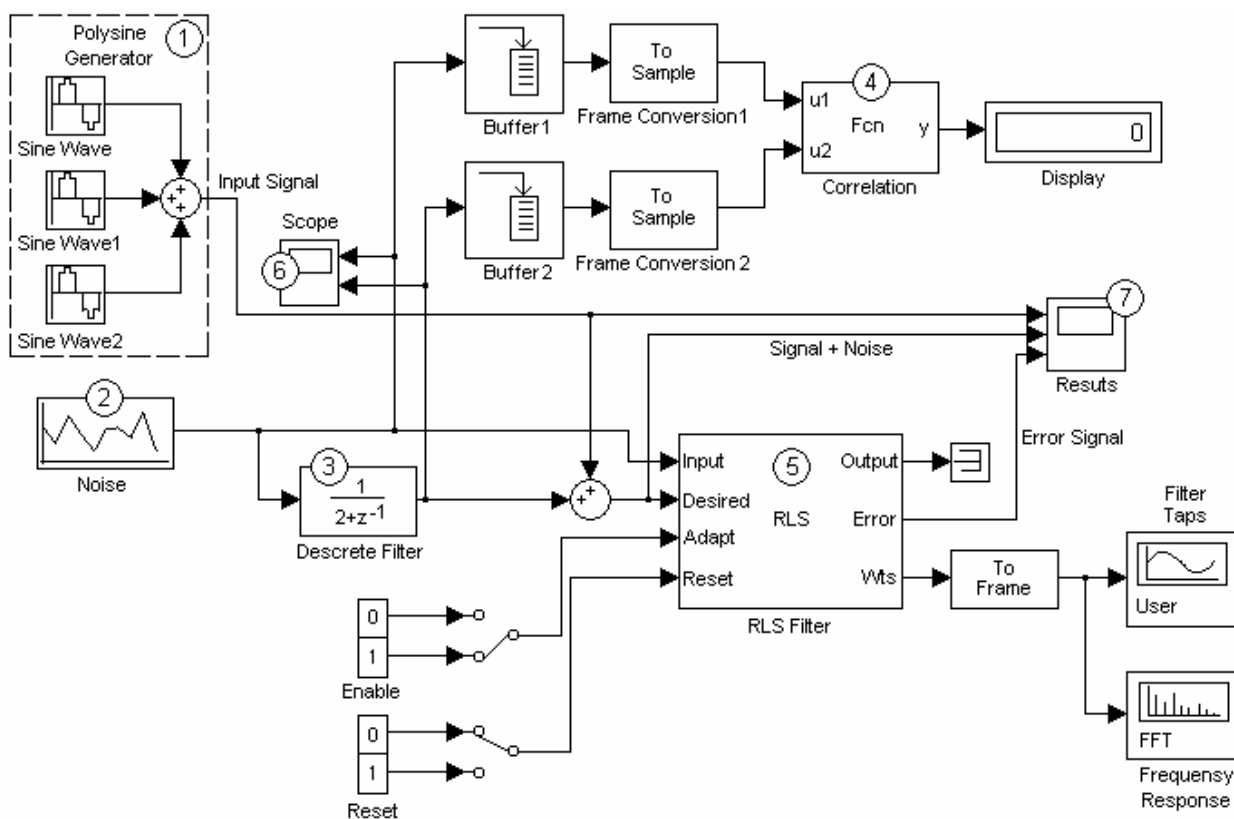


Рисунок 4 – Структурная схема модели измерительного процесса с использованием адаптивного LMS или RLS фильтра

Модель состоит из следующих блоков:

1. Блок генерации полигармонического сигнала: $S(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$;
2. Источник шума (белый гауссов шум).
3. Дискретный фильтр второго порядка (формирует отличие оценки шума от шума в сигнале).
4. Блок вычисления коэффициента корреляции по формуле: $\rho = \frac{\text{cov}(x_1, x_2)}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}}$.
5. Адаптивный LMS или RLS фильтр.
6. Осциллограф.
7. Монитор итоговых результатов.

Результат адаптации фильтра (подбора коэффициентов) после 150 отсчетов сигнала приведен на рисунке 5. Коэффициенты фильтра приведены на рисунке 5, а. АЧХ фильтра – на рисунке 5, б.

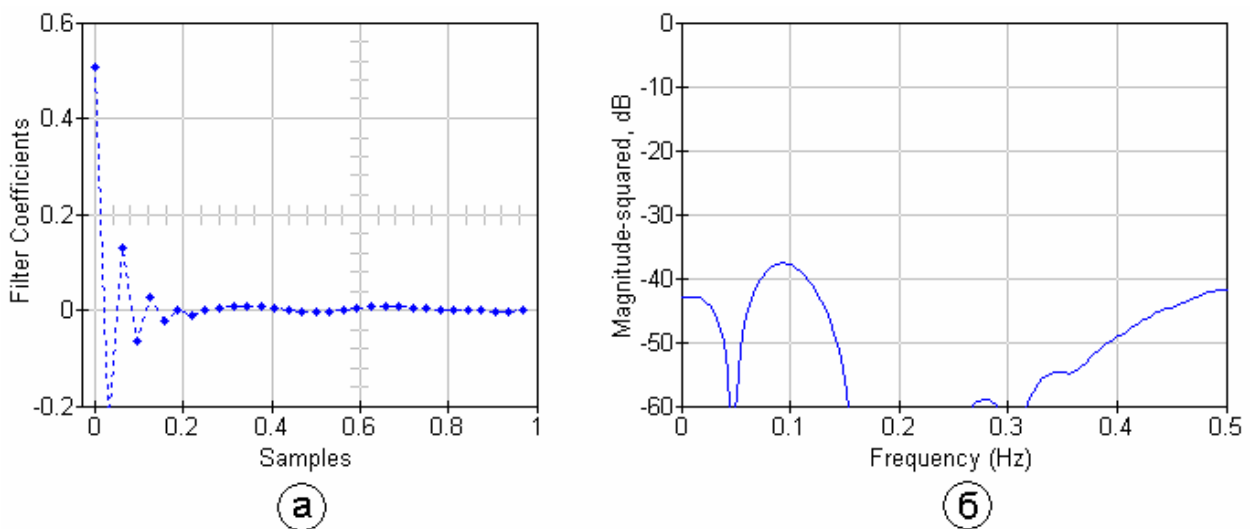


Рисунок 5 – Результат процесса адаптации: *a* – коэффициенты фильтра; *б* – АЧХ фильтра

По коэффициентам видно, что порядок фильтра может быть уменьшен для данного случая приблизительно в 3 раза. Необходимо отметить, что при фильтрации сигналов с конечных спектром коэффициенты адаптивного фильтра весьма стабильны и при неизменных во времени параметрах влияющих факторов требуют однократного подбора.

Дискретный фильтр второго порядка (блок 3) формирует отличие оценки шума от шума в сигнале, тем самым, позволяя устанавливать различный коэффициент корреляции в модели. Сигнал на входе и выходе дискретного фильтра (блок 6) приведен на рисунке 6.

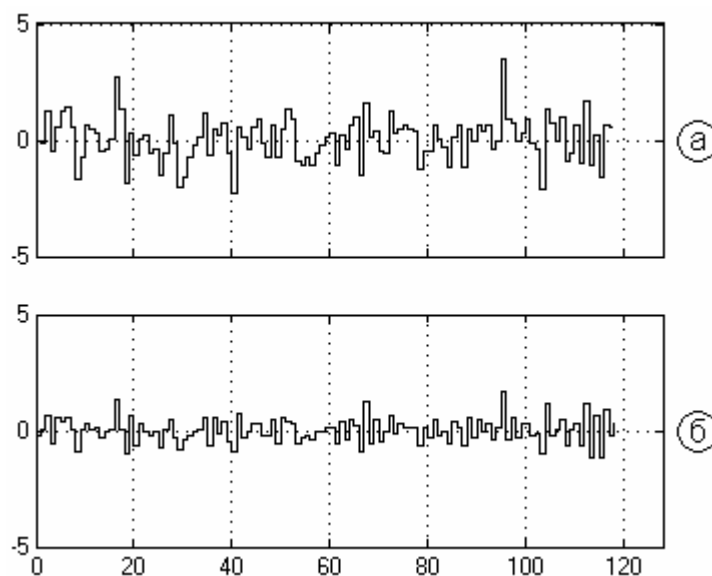


Рисунок 6 – Осциллограммы шума (*a*) и оценки шума (*б*)

Результат работы представленной модели для зашумленного полигармонического сигнала изображен на рис 7. Коэффициент корреляции – 0,87.

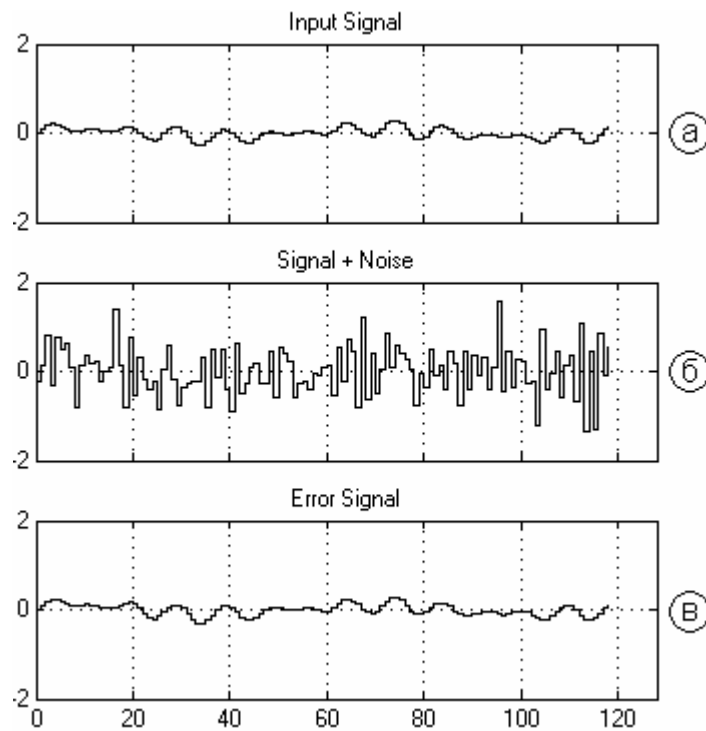


Рисунок 7 – Осциллограммы работы адаптивного фильтра: *a* – образцовый сигнал; *б* – зашумленный (измеренный) сигнал; *в* – очищенный от шума искомый сигнал

Из рисунка видно, что даже при низкой амплитуде образцового входного сигнала и многократном превышении шума над полезной составляющей в измеренном сигнале искомый очищенный от шума сигнал был восстановлен без искажений. Для подбора коэффициентов фильтру при различных условиях требуется в среднем 150 отсчетов сигнала.

Чтобы проиллюстрировать работу системы в случае сигнала с широким спектром, заменим блок генерации полигармонического сигнала (1) на генератор прямоугольных импульсов. Результат адаптации фильтра после обработки 500 отсчетов сигнала изображен на рисунке 8.

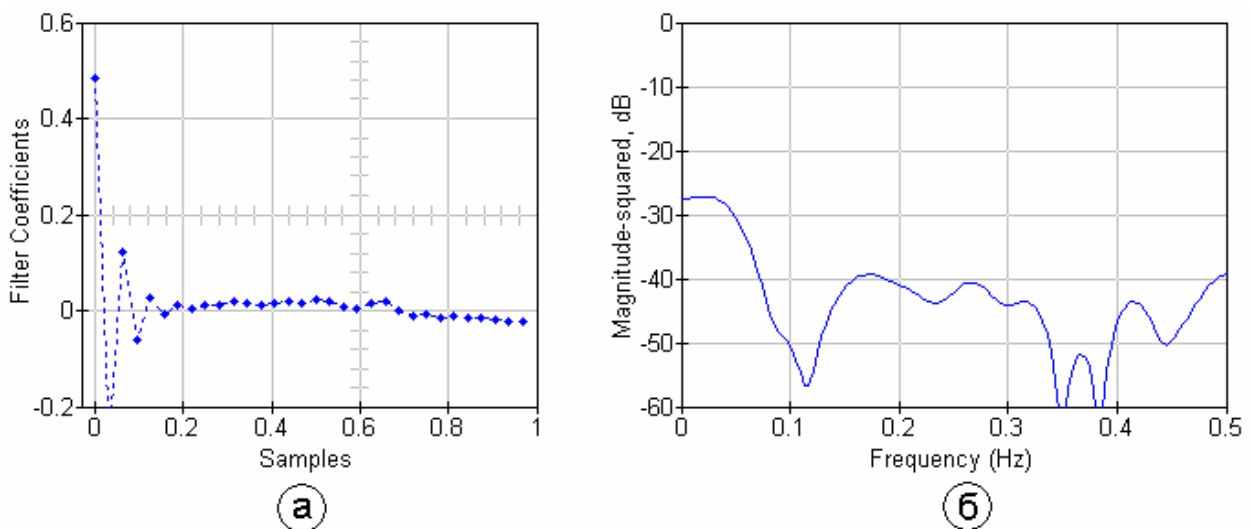


Рисунок 8 – Результат процесса адаптации: *a* – коэффициенты фильтра; *б* – АЧХ фильтра

Результат работы такой модели изображен на рисунке 9. Коэффициент корреляции – 0,87.

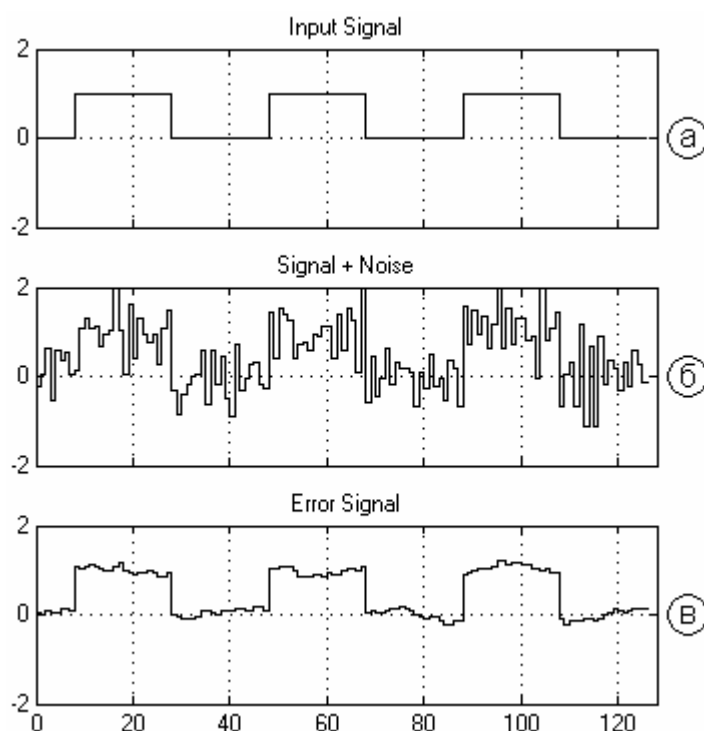


Рисунок 9 – Осциллограммы работы адаптивного фильтра: *a* – образцовый сигнал; *б* – зашумленный (измеренный) сигнал; *в* – очищенный от шума искомый сигнал

Из рисунка видно, что качество восстановленного сигнала неудовлетворительное. Более того, коэффициенты фильтра достаточно нестабильны, что обусловлено бесконечным спектром искомого сигнала. Следовательно, использование описанного ранее полигармонического сигнала с конечным спектром предпочтительней.

С использованием полученной модели получена зависимость между коэффициентом корреляции и суммой квадратов отклонений сигнала, полученного в результате фильтрации, от искомого полезного сигнала для трех значений размера адаптивного фильтра: 32, 64 и 128 выборок. Были использованы следующие начальные условия. Полезный сигнал представляет собой сумму трех синусоид с частотами 400, 600 и 800 Гц на отрезке времени в 0,1 с. Тестовый сигнал получен как сумма полезного сигнала и белого шума с амплитудой в 5 раз большей, чем максимальная амплитуда полезного сигнала. Оценка шума – это шумовая составляющая тестового сигнала, пропущенная через НЧ фильтр. Результаты отражены на Рисунках 10 и 11.

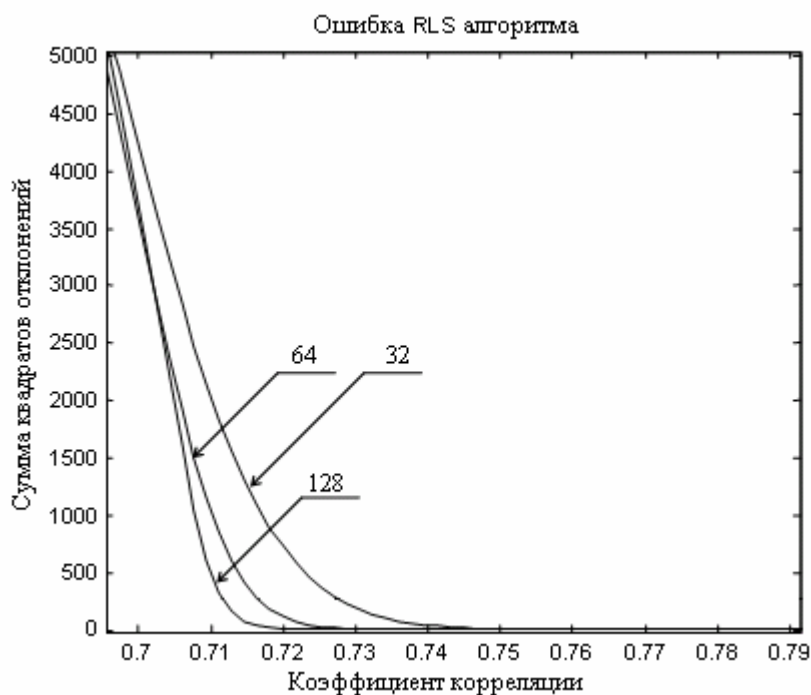


Рисунок 10 – Зависимость ошибки RLS алгоритма от коэффициента корреляции

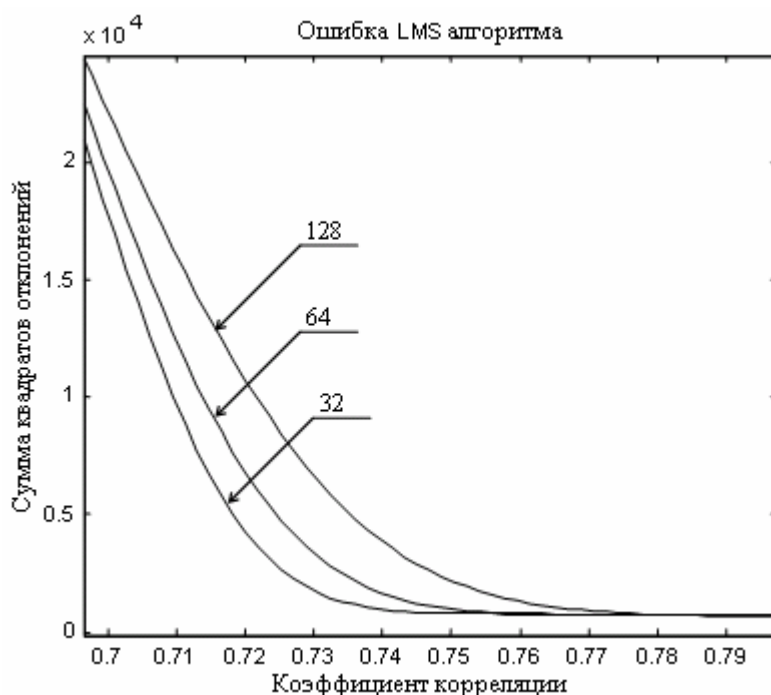


Рисунок 11 – Зависимость ошибки LMS алгоритма от коэффициента корреляции

Из рисунка 10 видно, что если шумовая составляющая сигнала и оценка шума сильно коррелированы (коэффициент корреляции более 0,75), фильтрация RLS для любого размера выборки дает сигнал, характеризующийся минимальной суммой квадратов отклонений от полезного. В случае слабой корреляции (менее 0,7) результат RLS фильтрации носит случайный характер. Для LMS алгоритма присутствуют те же закономерности (рисунок 11), однако во всех случаях наблюдается наибольшая ошибка по сравнению RLS алгоритмом. Следовательно, LMS фильтрация наименее пригодна для шумоподавления.

В меньшей степени на качество фильтрации влияет размер адаптивного фильтра. Для RLS фильтра видно (Рисунок 10), что при увеличении размера фильтра точность растет при меньших значениях коэффициента корреляции. Однако «цена» более точной фильтрации для коэффициента корреляции 0,71 вместо 0,74 – увеличение размера фильтра с 32 до 128 выборок. А так как зависимость между количеством операций и размером адаптивного фильтра порядка N^2 , то такое увеличение приведет к потере производительности в 16 раз. Для LMS алгоритма рост размера выборки приводит только к ухудшению фильтрации.

Анализ показал, что применение адаптивной фильтрации даже при низкой амплитуде образцового входного сигнала и многократном превышении шума над полезной составляющей в измеренном сигнале позволяет получить искомый очищенный от шума сигнал без искажений. Для подбора коэффициентов фильтру при различных условиях требуется в среднем 150 отсчетов сигнала. В случае применения тест-сигнала с бесконечным спектром качество фильтрации снижается. Следовательно, для большей стабильности коэффициентов фильтра рекомендуется применять полигармонические сигналы с конечным спектром. Выяснено, что для качественной фильтрации необходимо, чтобы коэффициент корреляции между оценкой шума и шумовой составляющей сигнала составлял не менее 0,75. Алгоритм LMS не дает существенных преимуществ перед RLS алгоритмом и, следовательно, не может быть рекомендован к использованию.

Литература

1. Glentis G.O. Efficient Least Squares Adaptive Algorithms for FIR Transversal Filtering / G.O. Glentis, K. Berberidis, S. Theodoridis // IEEE Signal Processing Magazine. – 1999. – V.16; N4. – P. 13-41.
2. Haykin S. Adaptive Filter Theory, 4th edition. – Prentice Hall, 2002.
3. Коуэн К. Ф. Н. Адаптивные фильтры: пер. с англ. / Под ред. К. Ф. Н. Коуэна и П.М. Гранта. – М.: Мир, 1988.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: учебник для вузов. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2006.
5. Дьяконов В.П. Simulink 4: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002.
6. Дьяконов В.П. Компьютерная математика: Теория и практика. – М.: Нолидж, 2001.